

MEGOLDÁSOK
Pontszerző Matematikaverseny 2020/2021 tanév
XX. Döntő (megyei)
4. osztály

1. feladat:

Islandia szigetvilágában hajókkal szállítják a rakományt a szigetek között. (Lásd ábra.) Az A nevű szigetről kell elszállítani a rakományt a D nevű szigetre (kezdetben csak az A jelű szigeten van áru). Minden hajó csak megadott mennyiségű árut szállíthat és csak egyetlen utat tehet meg, az ábrán nyíllal jelölt irányban. A rakomány mennyiségét és a hajóutat az ábra is jelöli.

Pl.: A képen látható hajó a C és B sziget között közlekedik (C-ből megy B-be) és legfeljebb 6 tonna árut képes szállítani. A hajóutat az ábrára rajzolt nyíllal szemléltetik. A hajó nem haladhat a nyíllal ellentétes irányba.



Az A szigeten 40 tonna elszállítandó áru van. A cél az, hogy a D szigetre minél több áru eljusson, viszont az az áru, amit nem tudnak a hajók elszállítani az A szigeten kell, hogy maradjanak.

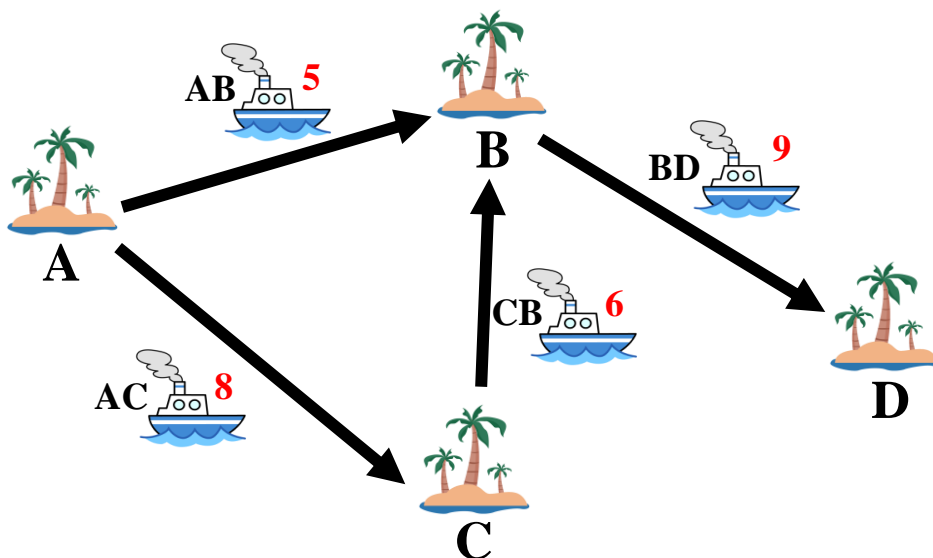
A szállítási útvonalakat és mennyiségeket kell a megoldás során megadni.

Például az alábbi ábrán a következő szállítási útvonalakkal lehet a legtöbb árut elszállítani:

1. szállítás: A-ból B-be 5 tonna (B-ben 5 tonna áru lesz, A-ban 35 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 4 tonna (C-ben 4 tonna áru lesz, A-ban 31 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 4 tonna (B-ben 9 tonna áru lesz)
4. szállítás: B-ből D-be 9 tonna (D-be 9 tonna áru érkezett)

Így a szállítások végén B-ben és C-ben nincs áru. Az A-ban a kezdeti 40 tonnából 31 tonna maradt és D-be 9 tonna áru érkezett.

A szállítások közül néhány sorrendje felserélhető. (Például az 1. és 2.)



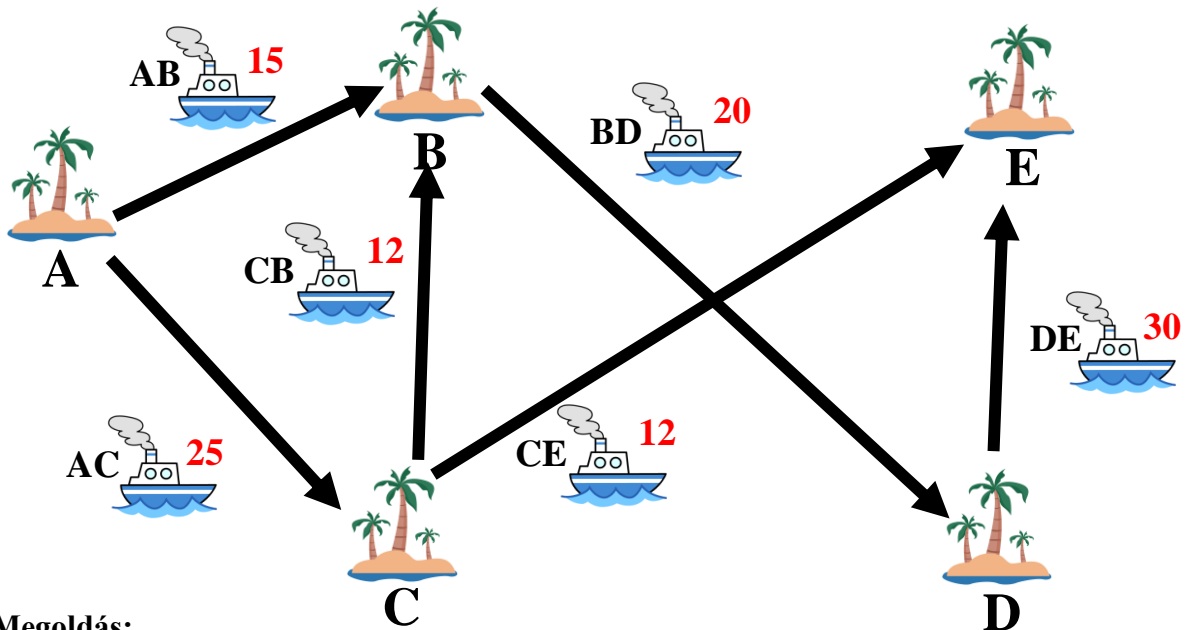
A feladat, hogy az alábbi térképnek és fenti szabályoknak megfelelően a lehető legtöbb árut szállítsd el A-ból E-be úgy, hogy a szállítás végén B-ben, C-ben és D-ben ne legyen áru.

- a) Add meg a fenti példának megfelelően a szállítási útvonalakat és a szállított mennyiségeket!
- b) Mennyi áru lesz a szállítás végén E-ben?

c) Mennyi áru maradt a szállítás végén A-ban?

Kezdetben az A szigeten 50 tonna áru van.

A térkép:



Megoldás:

Például egy lehetséges megoldás:

a) (Egyes szállítások sorrendje felcserélhető.)

1. szállítás: A-ból B-be 15 tonna (A-ban marad 35 tonna, B-ben lesz 15 tonna)
2. szállítás: A-ból C-be 17 tonna (A-ban marad 18 tonna, C-ben lesz 17 tonna)
3. szállítás: C-ből B-be 5 tonna (C-ben marad 12 tonna, B-ben lesz 20 tonna)
4. szállítás: B-ből D-be 20 tonna (B-ben marad 0 tonna, D-ben lesz 20 tonna)
5. szállítás: C-ből E-be 12 tonna (C-ben marad 0 tonna, E-ben lesz 12 tonna)
6. szállítás: D-ből E-be 20 tonna (D-ben marad 0 tonna, E-ben lesz 32 tonna)

Minden jó megoldás 1 pont. Maximum 6 pont.

b) 32 tonna

1 pont

c) 18 tonna

1 pont

Összesen: 8 pont

2. feladat:

A matematikusok sok esetben használnak érdekes elnevezéseket különböző számokra, amelyek rendelkeznek valamilyen különleges tulajdonsággal. A korábbi feladatsorokban már találkozhattál a „boldog szám” elnevezéssel. Egy különleges műveletsor elvégzése után tudjuk egy számról megállapítani, hogy „boldog”-e. A példa és a leírás segít megérteni ezt a műveletsort.

A szám minden számjegyét szorozzuk meg önmagával és az így kapott számokat adjuk össze! Eredményül egy újabb számot kaptunk. Ezzel a számmal ismételjük meg az eljárást! Mindezt addig folytassuk, amíg az eredmény egyjegyű szám lesz. Ha az eljárás végén 1-et kapunk eredményül, akkor az eredeti számot **boldog számnak** nevezzük.

Például:

A 28 boldog szám, mert

$$28 \rightarrow 2 \cdot 2 + 8 \cdot 8 = 4 + 64 = 68$$

1. lépés

$$68 \rightarrow 6 \cdot 6 + 8 \cdot 8 = 36 + 64 = 100$$

2. lépés

$$100 \rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 1 + 0 + 0 = 1$$

3. lépés

A 28-ról tehát kiderült, hogy boldog szám és összesen 3 számolási lépésre volt szükség.

Vannak olyan boldog számok, amelyeknél sokkal több számolási lépés szükséges és vannak, ahol ennél is kevesebb.

Egy boldog számot „**boldogabb**”-nak nevezzük, mint egy másikat, ha kevesebb számolási lépés kell ahhoz, hogy elérje az 1-et.

Feladat:

- Az alábbi boldog számokat állítsd sorrendbe a példánál bemutatott számolási lépések száma alapján! Kezdd azzal, amelyik esetén a legkevesebb lépésre van szükség az 1 eléréséhez! Tehát add meg a számok növekvő boldogsági sorrendjét!
- Minden esetben írd le a számolási lépéseket is!

A számok:

68 139 44 82

Megoldás:

68 – 2 számolási lépés

$$68 \rightarrow 36 + 64 = 100$$

$$100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$$

139 – 5 számolási lépés

$$139 \rightarrow 1 + 9 + 81 = 91$$

$$91 \rightarrow 81 + 1 = 82$$

$$82 \rightarrow 64 + 4 = 68$$

$$68 \rightarrow 36 + 64 = 100$$

$$100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$$

44 – 4 számolási lépés

$$44 \rightarrow 16 + 16 = 32$$

$$32 \rightarrow 9 + 4 = 13$$

$$13 \rightarrow 1 + 9 = 10$$

$$10 \rightarrow 1 + 0 = 1$$

82 – 3 számolási lépés

$$82 \rightarrow 64 + 4 = 68$$

$$68 \rightarrow 36 + 64 = 100$$

$$100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$$

Minden jó műveletsor 0,5 pont. Maximum 7 pont.

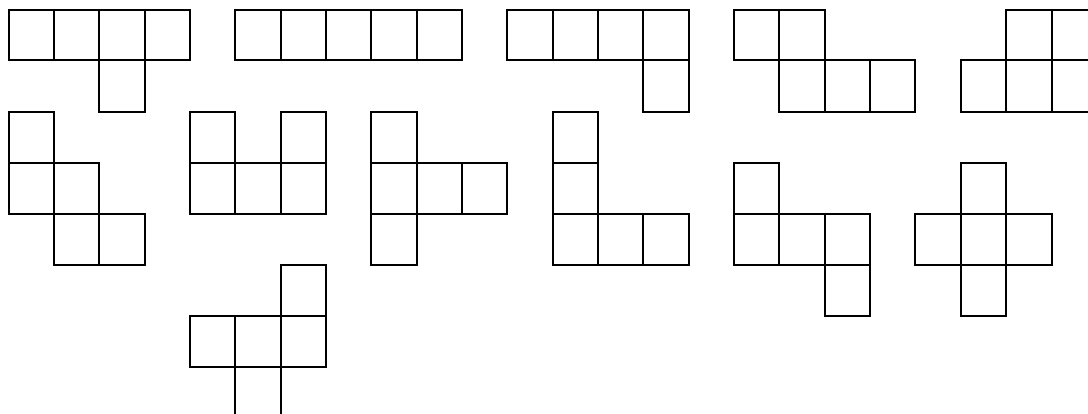
A növekedő „boldogsági” sorrend:

139 → 44 → 82 → 68

Jó sorrend 1 pont. - Összesen: 8 pont

3. feladat:

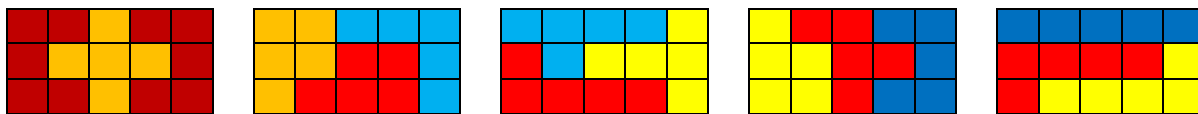
A II. fordulóban elkészítettétek az összes pentaminót, lásd ábra.



Fedd le az 5×3 -as téglalapot hézagmentesen, átfedés nélkül úgy, hogy a lefedő pentaminók között legalább két különböző legyen. Öt különböző megoldást készíts! Rajzokkal válaszolj!

Megoldás:

a) pl. 5 megoldásra:



Minden jó megoldás 2 pont, összesen: 10 pont

Összesen: 10 pont

4. feladat:

A 2021 olyan négyjegyű szám, melyben a számjegyek összege 5. Hány ilyen tulajdonságú négyjegyű természetes van? Válaszodat indokold, vagy írd le a számokat!

Megoldás:

Bontuk fel az 5-öt 4 szám összegére és számoljuk össze az egyes felbontásokhoz tartozó négyjegyű számok számát.

2 pont

$5=5+0+0+0$, 1 ilyen szám van.

1 pont

$5=4+1+0+0$, 6 ilyen szám van. Ha 4-es áll elől, akkor az 1-es 3 helyen állhat, ha az 1-es az első a 4-es 3 helyen állhat.

3 pont

$5=3+2+0+0$, 6 ilyen szám van. Ugyanaz, mint az előző.

1 pont

$5=3+1+1+0$, 9 ilyen szám van. Ha a 3 az első, akkor a 0 három helyen állhat, ha az egyes az első, akkor a 3, 1, 0 hat sorrendben lehet. Összesen 9 szám.

4 pont

$5=2+2+1+0$, 9 ilyen szám van. Ugyanaz, mint az előző.

1 pont

$5=2+1+1+1$, 4 ilyen szám van. A 2-nek 4 helye van.

2 pont

Összesen: 14 pont

5. feladat:

A 2, 4, 6, 8 számok tetszőleges sorrendje közé tegyél $+$; $-$; \cdot műveleti jeleket úgy, hogy az eredmény 20-nál kisebb, de 2-nél nagyobb pozitív páros szám legyen. Minden páros számra egy megoldást írd!

Megoldás:

$$4 = 8 - 6 + 4 - 2$$

$$6 = 4 \cdot 2 - 8 + 6$$

$$8 = 4 \cdot 6 - 8 \cdot 2$$

$$10 = 8 + 2 \cdot 4 - 6$$

$$12 = 8 + 6 - 4 + 2$$

$$14 = 8 \cdot 2 + 4 - 6$$

$$16 = 8 + 6 + 4 - 2$$

$$18 = 8 \cdot 2 + 6 - 4$$

Jó válaszonként 1 pont 8 pont - **Összesen: 8 pont**