

MEGOLDÁSOK
Pontszerző Matematikaverseny 2020/2021 tanév
II. forduló

1. feladat:

Islandia szigetvilágában hajókkal szállítják a rakományt a szigetek között. (Lásd ábra.) Az A nevű szigetről kell elszállítani a rakományt a D nevű szigetre (kezdetben csak az A jelű szigeten van áru). Minden hajó csak megadott mennyiségű árut szállíthat és csak egyetlen utat tehet meg, az ábrán nyíllal jelölt irányban. A rakomány mennyiségét és a hajóutat az ábra is jelöli.

Pl.: A képen látható hajó a C és B sziget között közlekedik (C-ből megy B-be) és legfeljebb 6 tonna árut képes szállítani. A hajóutak irányát az ábrára rajzolt nyílak is szemléltetik. A hajó nem haladhat a nyíllal ellentétes irányba.



Az A szigeten 40 tonna elszállítandó áru van. A cél az, hogy a D szigetre minél több áru eljusson, viszont az az áru, amit nem tudnak a hajók elszállítani az A szigeten kell, hogy maradjanak.

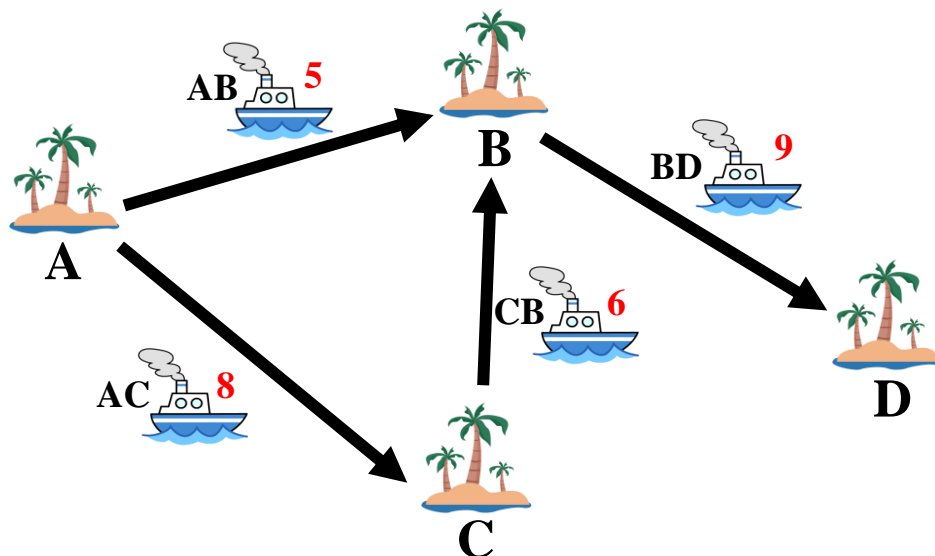
A szállítási útvonalakat és mennyiségeket kell a megoldás során megadni.

Például az alábbi ábrán a következő szállítási útvonalakkal lehet a legtöbb árut elszállítani:

1. szállítás: A-ból B-be 5 tonna (B-ben 5 tonna áru lesz, A-ban 35 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 4 tonna (C-ben 4 tonna áru lesz, A-ban 31 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 4 tonna (B-ben 9 tonna áru lesz)
4. szállítás: B-ből D-be 9 tonna (D-be 9 tonna áru érkezett)

Így a szállítások végén B-ben és C-ben nincs áru. Az A-ban a kezdeti 40 tonnából 31 tonna maradt és D-be 9 tonna áru érkezett.

A szállítások közül néhány sorrendje felserélhető. (Például az 1. és 2.)

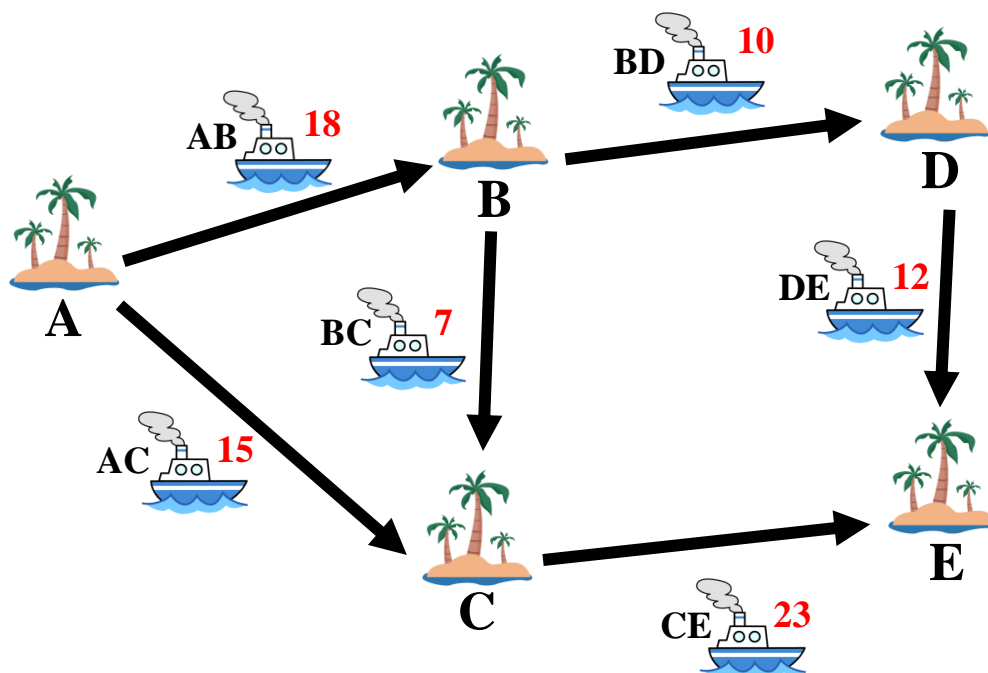


A feladat, hogy az alábbi térképnek és fenti szabályoknak megfelelően a lehető legtöbb árut szállítsd el A-ból E-be úgy, hogy a szállítás végén B-ben, C-ben és D-ben ne legyen áru.

- a) Add meg a fenti példának megfelelően a szállítási útvonalakt és a szállított mennyiségeket!
- b) Mennyi áru lesz a szállítás végén E-ben?
- c) Mennyi áru maradt a szállítás végén A-ban?

Kezdetben az A szigeten 40 tonna áru van.

A térkép:



Megoldás:

Például egy lehetséges megoldás:

a) (Egyes szállítások sorrendje felcserélhető.)

1. szállítás: A-ból B-be 17 tonna (B-ben 17 tonna lesz, A-ban 23 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 15 tonna (C-ben 15 tonna lesz, A-ban 8 tonna maradt)
3. szállítás: B-ből C-be 7 tonna (C-ben 22 tonna lesz, B-ben 10 tonna maradt)
4. szállítás: C-ből E-be 22 tonna (E-ben 22 tonna lesz, C-ben nem maradt áru)
5. szállítás: B-ből D-be 10 tonna (D-ben 10 tonna lesz, B-ben nem maradt áru)
6. szállítás: D-ből E-be 10 tonna (E-ben 32 tonna lesz, D-ben nem maradt áru)

Minden jó megoldás 1 pont. Maximum 7 pont.

b)

32 tonna

1 pont

c)

8 tonna

1 pont

Összesen: 9 pont

2. feladat:

Az a számot a b szám osztójának nevezzük, ha a b szám maradék nélkül elosztható az a számmal.

Például: a 4 osztója a 8-nak, mert $8:4=2$ és nincs maradék.

Egy számot **tökéletes számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb összes osztójának az összege egyenlő a számmal.

Például: a 6 tökéletes szám, mert a 6 osztói: 1, 2, 3 és 6. Ezek közül a számnál (6-nál) kisebb osztók: 1, 2, 3. Ezek összege: $1+2+3=6$. tehát éppen a számmal egyenlő.

Egy számot **bőséges számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb osztóinak összege nagyobb, mint a szám.

Például: a 36 bőséges szám, mert a 36-nál kisebb osztói: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18. Ezek összege: $1+2+3+4+6+9+12+18=55$.

Egy számot **hiányos számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb osztóinak összege kisebb, mint a szám.

Például: a 8 hiányos szám, mert a 8-nál kisebb osztói: 1, 2, 4. Ezek összege: $1+2+4=7$.

Dönts el az alábbi számokról, hogy melyik kategóriába tartoznak! (tökéletes szám, bőséges szám, hiányos szám) Írd le számolás részleteit is!

a) 495

b) 496

c) 497

Megoldás:

a) **hiányos szám**

A 495 kisebb osztói: 1, 3, 5, 9, 11, 15, 33, 45, 55, 99, 165.

A 495-nél kisebb osztók összege: $1+3+5+9+11+15+33+45+55+99+165=441$

b) **tökéletes szám**

A 496 kisebb osztói: 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248.

A 496-nál kisebb osztók összege: $1+2+4+8+16+31+62+124+248=496$

c) **hiányos szám**

A 497 kisebb osztói: 1, 7, 71.

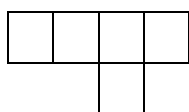
A 497-nél kisebb osztók összege: $1+7+71=79$

Pontozás: Minden jó besorolás 2 pont, jó indoklás 1 pont. maximum 9 pont.

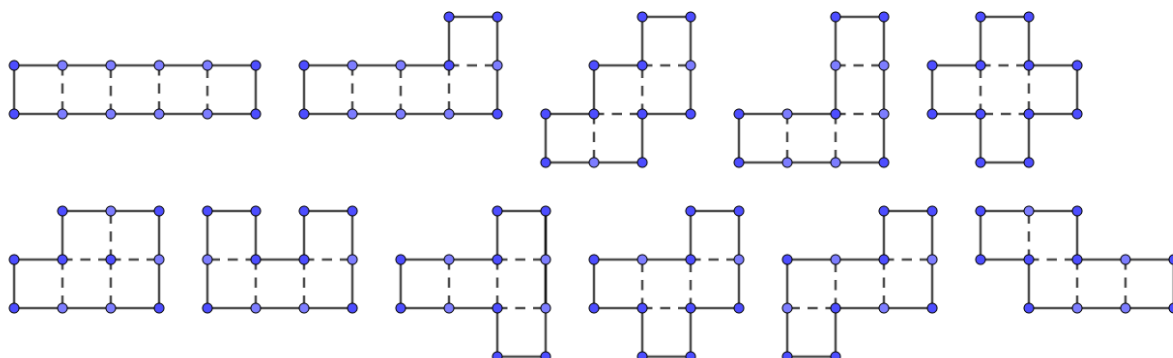
Összesen: 9 pont

3. feladat:

Öt egyforma négyzetlap mindegyikét felhasználva készítsd el az összes olyan alakzatot, melyben egy négyzetlap teljes oldallal illeszkedik egy másik négyzetlaphoz. Egy ilyen alakzatot látsz az alábbi ábrán. Rajzokkal válaszolj!



Megoldás:



Megoldásonként 1-1 pont, ha hibás megoldások is megjelennek, akkor maximum 9 pontot kaphat.

Összesen: 11 pont

4. feladat:

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 és a 9 számok mindegyikét ráírtuk kilenc korongra úgy, hogy minden korongon pontosan egy szám egyszer szerepeljen. Vegyél el egy korongot úgy, hogy a visszamaradt nyolc korongot szét tudd osztani három csoportba úgy, hogy a csoportokban a korongokon lévő számok összege egyenlő legyen. Keresd meg az összes megoldást!

Megoldás:

A számok összege a korongokon 45. Mivel ez osztható 3-mal és a megmaradó számok összege is osztható 3-mal, így csak a 3-at, 6-ot és a 9-et tartalmazó korongokat vehetjük el.

2 pont

3-ast vettük el			6-ost vettük el			9-est vettük el		
I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
9, 5	8, 6	7, 4, 2, 1	9, 4	8, 5	7, 3, 2, 1	8, 4	7, 5	6, 3, 2, 1
9, 5	8, 4, 2	7, 6, 1	9, 4	8, 3, 2	7, 5, 1	8, 3, 1	7, 5	6, 4, 2
9, 4, 1	8, 6	7, 5, 2	9, 3, 1	8, 5	7, 4, 2	8, 4	7, 3, 2	6, 5, 1

Minden jó sor 3 pont. Maximum 9 pont.

Összesen: 11 pont

5. feladat:

Írd le azokat az ötjegyű pozitív egész számokat, amelyekben minden előforduló számjegy annyiszor szerepel, amennyi a számjegy értéke!

Megoldás:

55555 egy ilyen szám van

2 pont

44441 öt ilyen szám van

3 pont

33322 tíz ilyen szám van

3 pont

Összesen: 8 pont

A 3-as feladat kiegészítése- tükörképeket is pontozzuk!

