

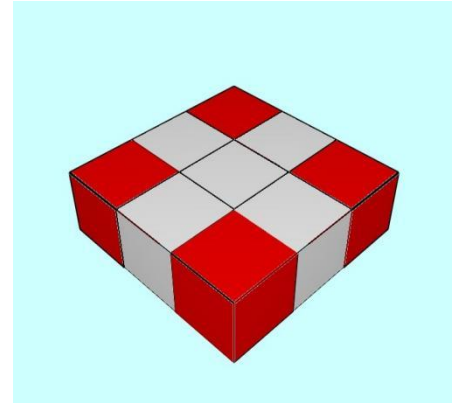


I. FORDULÓ - MEGOLDÓKULCS

1. feladat

Tamásnak 9 egyforma méretű építőkockája van, 4 piros és 5 fehér.
 A kockákból az ábrán látható testet rakta össze.

Figyeld meg az ábrát, majd válaszolj a kérdésekre!



- Hány piros oldallap érintkezik fehér oldallappal? (Két oldallap érintkezik, ha fedik egymást.)
- Hány piros él érintkezik fehér éllel? (Két él érintkezik, ha van legalább két közös pontjuk.)
- A piros kockák csúcsai közül összesen hány érintkezik a fehér kockák csúcsaival?
- Tamás megkérte testvérét, Boglárkát, hogy az építőkockákból rakjon ki egy ugyanilyen méretű testet úgy, hogy a lehető legtöbb piros oldallap érintkezzen fehér oldallappal.
 Rajzold le, hogy néz ki a Boglárka által kirakott test? Írd le, hogyan gondolkodtál!

Megoldás:

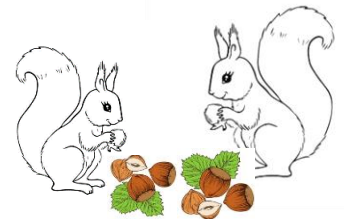
<p>a) Az ábrán látható testben 8 piros oldallap érintkezik fehér oldallappal. Az ábra négy sarkában piros kockák vannak. Minden piros kocka mellett 3 fehér kocka található, de ezek közül csak két fehér kocka egy-egy oldallapja érintkezik a piros kocka oldallapjaival. Mivel a test mind a négy sarkában egy-egy piros kocka van, összesen 8 piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.</p>	<p>3 p: 1p.: A test 4 sarkában található a piros kockák. 1p.: Minden piros kocka két lapja érintkezik valamely fehér kocka egy-egy lapjával. 1p.: 8 piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.</p>
<p>b.1) Egy kockának 12 éle van. Egy piros kocka esetében a felső lapon két él, az alsó lapon ugyancsak két él, míg függőlegesen egy él nem érintkezik fehér éllel, tehát egy piros kocka 5 éle nem érintkezik fehér éllel. A megmaradt 7 él ($12-5=7$) érintkezik valamely fehér kocka élével. Mivel a test mind a négy sarkában egy-egy piros kocka van, összesen $4 \times 7 = 28$ piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p>b.2) Egy piros kocka esetében a felső lapon két él, az alsón ugyancsak két él, míg függőlegesen három él érintkezik fehér éllel. Tehát egy piros kockának $2+2+3=7$ éle érintkezik fehér éllel. Mivel a test mind a négy sarkában egy-egy piros kocka van, összesen $4 \times 7 = 28$ piros él érintkezik fehér éllel.</p>	<p>3 p: 1p.: Egy piros kocka 5 éle (4 vízszintes és egy függőleges éle, amelyek kívül vannak) nem érintkezik fehér éllel. 1p.: Egy piros kocka $12-5=7$ éle érintkezik fehér éllel. 1p.: 28 piros él érintkezik fehér éllel.</p>
<p>c) Az ábra minden egyes sarkában található piros kocka esetében a látható függőleges élen található 2 csúcs nem érintkezik fehér kockával. Tehát egy piros kocka $8-2=6$ csúcsa érintkezik a fehér kocka csúcsával. Mivel a test mind a négy sarkában egy-egy piros kocka van, összesen $4 \times 6 = 24$ piros csúcs érintkezik fehér csúccsal.</p>	<p>3 p: 1p.: Egy piros kocka 2 csúcsa, amelyek a látható függőleges élen vannak, nem érintkeznek fehér csúccsal. 1p.: Egy piros kocka $8-2=6$ éle érintkezik fehér csúccsal. 1p.: 24 piros csúcs érintkezik fehér csúccsal.</p>



<p>d) Boglárka az ábrán látható testet rakta ki. Minden piros kocka három lapja érintkezik fehér oldallal. Tehát összesen 12 piros oldallap érintkezik fehér oldallal.</p>		<p>2 p: 1 p: rajz. 1 p: Összesen 12 piros oldallap érintkezik fehér oldallal.</p>
<p>Felelet: Az ábrán látható testben 8 piros oldallap érintkezik fehér oldallal, 28 piros él érintkezik fehér éllel és 24 piros csúcs érintkezik fehér csúcscsal. Legtöbb 12 piros oldallap érintkezhet fehér oldallal.</p>	<p>1 p: helyes felelet.</p>	
<p>Összpontszám: 12 pont</p>		

2. feladat

Mókus Misi és Mókus Luca egy héten át mogyorót gyűjtenek. Mókus Misi első nap 5 mogyorót gyűjtött. A következő öt nap viszont mindig eggyel többet, mint az előző nap. A hetedik nap kétszer annyit gyűjtött, mint az első hat nap összesen.



Hány mogyorót gyűjtött Mókus Luca a hetedik nap, ha tudjuk, hogy az első hat napon keresztül mindig 10-zel többet gyűjtött Misiinél, és a hét nap elteltével a két mókusnak ugyanannyi mogyorója volt? Írd le, hogyan gondolkodtál!

Megoldás:

<p>Mókus Misi hat napon keresztül gyűjtött mogyoróinak száma: $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (5+10)+(6+9)+(8+9) = 15 \times 3 = 45$</p> <p>Hetedik napon 2-szer több mogyorót gyűjtött, mint az első hat nap összesen: $2 \times 45 = 90$</p> <p>Egy hét alatt $45 + 90 = 135$</p> <p>Mókus Luca az első hat nap mindegyikén 10-zel több mogyorót gyűjtött, mint Mókus Misi: $(5 + 10) + (6 + 10) + (7 + 10) + (8 + 10) + (9 + 10) + (10 + 10) = 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = (15 + 20) + (16 + 19) + (17 + 18) = 35 \times 3 = 105$</p> <p>Mivel hét nap elteltével mindkét mókusnak ugyanannyi mogyorója gyűlt, a Mókus Misi által hét napon át gyűjtött mogyorók számából kivonjuk a Luca által hat napon át gyűjtött mogyorók számát. Így megtudjuk, hogy hány mogyorót gyűjtött össze Mókus Luca a 7. napon: $135 - 105 = 30$</p> <p>Felelet: Mókus Luca a 7. napon 30 mogyorót gyűjtött.</p>	<p>2 p: Mókus Misi hat napon át gyűjtött mogyoróinak száma és indoklás. 1 p: Gauss összeg használata. 1p: A 7. napon gyűjtött mogyorók száma. 1 p: Egy hét alatt gyűjtött mogyorók számának helyes kiszámítása. 2 p: Mókus Luca hat napon át gyűjtött mogyoróinak száma és indoklás. 1 p: Gauss összeg használata. 1 p: Mókus Luca 7. napon gyűjtött mogyoróinak száma. 1 p: Indoklás 1 p: Helyes felelet.</p>
<p>Összpontszám: 11 pont</p>	



XXIII. BRENYÓ MIHÁLY ORSZÁGOS PONTSZERZŐ
MATEMATIKAVESENY
3-4. osztály
2023-2024-es tanév



3. feladat

Annának egy húga és egy bátyja van. Egyik gyerek sem idősebb 10 évesnél, a gyerekek között nincsenek ikrek és Anna húga legalább egy éves. Hány évesek lehetnek a gyerekek, ha együtt 20 évesek? Hány lehetőség van? Válaszod indokold!

Megoldás:

Annának bátyja és húga van, ezért a gyerekek életkora három egymástól különböző szám.

Mivel egyik gyerek sem idősebb 10 évesnél, ezért Anna bátyja, aki a legidősebb, legtöbb 10 éves lehet.

Ha Anna bátyja 10 éves, akkor Anna és a húga együtt 10 évesek.

Ha Anna 9 éves, akkor a húga 1 éves.

Ha Anna 8 éves, a húga 2 éves.

Ha Anna 7 éves, a húga 3 éves.

Ha Anna 6 éves, a húga 4 éves.

Ha Anna bátyja 9 éves, akkor Anna és a húga együtt 11 évesek, és mindketten 9 évesnél fiatalabbak. Tehát Anna legtöbb 8 éves lehet.

Ha Anna 8 éves, a húga 3 éves.

Ha Anna 7 éves, a húga 4 éves.

Ha Anna 6 éves, a húga 5 éves.

Ha Anna bátyja 8 éves, akkor Anna és a húga együtt 12 évesek, és mindketten 8 évesnél fiatalabbak. Tehát Anna legtöbb 7 éves lehet. Ha Anna 7 éves, akkor a húga 5 éves.

A gyerekek életkorát az alábbi táblázatban is összefoglalhatjuk:

Anna húga	1	2	3	4	3	4	5	5
Anna	9	8	7	6	8	7	6	7
Anna bátyja	10	10	10	10	9	9	9	8

Anna bátyja nem lehet 8 évesnél kisebb, mert akkor Anna és a húga együtt legalább 13 éves kellene legyen. Mivel mindketten 7 évesnél kisebbek, ez nem lehetséges.

Felelet: 8 lehetőség van.

1p: A gyerekek életkora egymástól különböző szám.

1p: Anna bátyja legtöbb 10 éves – indoklás.

8p: A nyolc lehetőség felírása (Minden lehetőség 1 pont).

Az előző 8 pontot megkaphatja a diák abban az esetben is, ha a lehetőségeket táblázatban foglalja össze.

1p: Indoklás, hogy Anna bátyja nem lehet 8 évesnél kisebb.

1p: A helyes felelet felírása.

Összpontszám: 12 pont



XXIII. BRENYÓ MIHÁLY ORSZÁGOS PONTSZERZŐ
MATEMATIKAVESENY
3-4. osztály
2023-2024-es tanév



4. feladat

A Kerekerdő lakói fabatkával, dukáttal, illetve garassal fizetnek, 1 fabatka 2 dukátot ér, míg 3 dukátért cserébe 6 garast adnak. Misi Mókus a téli hónapokraogyorót és diót szeretne vásárolni. Egy tasak dió ára 2 dukát, egy tasakogyoróé pedig 2 garas. Mennyi diót, illetveogyorót vásárolhat Misi Mókus, ha 2 fabatkája és 1 dukátja van?

Megoldás:

<p>1 fabatka = 2 dukát 3 dukát = 6 garas, vagyis 1 dukát = 2 garas 1 tasak dió = 2 dukát vagy 1 fabatka 1 tasakogyoró = 2 garas vagy 1 dukát Misi Mókusnak 2 fabatkája + 1 dukátja van, így vásárolhat: 2 tasak diót (2 fabatka) és 1 tasakogyorót (1 dukát)</p> <p>Ha a fabatkát átváltja dukátba, akkor 5 dukátja van, amire vásárolhat 5 tasakogyorót, vagy 3 tasakogyorót és 1 tasak diót.</p> <p>Felelet: Misi Mókus lehetőségei: 2 tasak dió és 1 tasakogyoró 1 tasak dió és 3 tasakogyoró 5 tasakogyoró</p>	<p>1 p: Megadja 1 dukát értékét garasban. 1 p: A dió árát megadja fabatkában. 1 p: Aogyoró árát megadja dukátban. 6 p: Helyesen ír fel minden lehetőséget. (3x 2p)</p> <p>1 p: Helyes felelet</p>
<p>Összpontszám: 10 pont</p>	



XXIII. BRENYÓ MIHÁLY ORSZÁGOS PONTSZERZŐ
MATEMATIKVERSENY
3-4. osztály
2023-2024-es tanév



5. feladat

Milyen fontos eseményt ünnepelnek ebben az évben Okoska iskolájában?

Az alábbi állítások segíthetnek a megfejtésben:

- Az esemény a 19. században történt.
- A tízeseket és egyeseket jelölő számjegyek növekvőek, összegük 5 és különbségük 1.
- A hónap sorszámát két azonos számjegy jelöli.
- A nap sorszámát jelölő szám megegyezik az évszám egyeseket jelölő számjegyével.

- Írd le a kapott dátumot! Fogalmazd meg, hogyan gondolkodtál!
- Kutakodj! Milyen fontos esemény történt ezen a napon? Írd le!
- Nézz utána, hogyan tiszteleg napjainkban az UNESCO (Egyesült Nemzetek Nevelésügyi, Tudományos és Kulturális Szervezete) a szóban forgó esemény előtt, és megtudod, milyen fontos eseményt ünnepelnek ebben az évben Okoska iskolájában!

Megoldás:

<p>a) 1823. november (11.) 3. Az esemény a 19. században történt (1801-től 1900-ig), tehát az <u>ezernyolcszázad</u> években. <u>Tízesek számjegye</u>: 2, <u>egyesekek számjegye</u>: 3, mert $2 < 3$, $2 + 3 = 5$ Az évszám: 1823 <u>A hónap</u> sorszámát két azonos számjegy alkotja, tehát: 11, november. <u>A nap</u> sorszámát jelölő szám megegyezik az évszám egyeseket jelölő számjegyével, tehát: 3.</p> <p>b) "...semmiből egy új, más világot teremtettem..." – írta Bolyai János 1823. november 3-i levelében, amelyben értesíti édesapját egy új geometriai rendszer kidolgozásáról, amivel hozzájárult világképünk átalakulásához és a modern matematika 19-20. századi fejlődéséhez.</p> <p>c) 2023 – Bolyai emlékév Az UNESCO Magyar Nemzeti Bizottság javaslatára az idei esztendőt az UNESCO Bolyai emlékévnek nyilvánította: Bolyai János híres „temesvári levelének” 200. évfordulójára, a nem-euklidészi geometria felfedezésére emlékezve.</p>	<p>a) 1p: A helyes keltezés felírása 4p: Az évszám számjegyeinek meghatározása <u>indoklással</u> 2p: A hónap, nap sorszámának meghatározása <u>indoklással</u></p> <p>b) 2p: Az esemény rövid leírása</p> <p>c) 2p: Az ünnep megnevezése, rövid bemutatása.</p>
Összpontszám: 11pont	