# Országos Magyar Matematika Olimpia
## Megyei szakasz, 2019. január 26.
## V. osztály

**1. Feladat (10 pont)**

Egy trópusi szigeten nem használnak pénzt. 50 banán 20 kókuszdiót ér, 30 kókuszdió 12 ananászt, 100 ananászért 1 csónakot adnak.

a. Hány banánt ér egy csónak?

b. Ha az ifjú szigetlakó örökölt egy csónakot és elcserélné, akkor kaphat-e érte 72 ananászt és 68 kókuszdiót?

**2. Feladat (10 pont)**

Adottak az $A=\left\{11^2+\left(2^1-2^9:2^8\right)^{11}+3\cdot\left[13+3\cdot\left(3^2+3^{211}:\left(3^{104}\right)^2\right)\right]\right\}^{19}$ és

$B=\left\{\left[\left(3^{12}+9^5+27^3\right)+3^6\cdot(1+2+3+...+62):7\cdot 4\right]:(93+93\cdot 6)\right\}^{19}$ természetes számok.

a. Igazold, hogy az $A$ szám négyzetszám.

b. Igazold, hogy a $B$ szám nem négyzetszám.

c. Hasonlítsd össze az $A$ és $B$ természetes számokat.

**3. Feladat (10 pont)**

A mellékelt ábrán egy számtáblázat látható, amelynek 2019 sora van.

a. Hányas szám áll az utólsó sor közepén?

b. Hányszor jelenik meg a táblázatban az 1000-es szám?

2

2 4 2

2 4 6 4 2

2 4 6 8 6 4 2

…………………………

(Matlap)

**4. Feladat (10 pont)**

Jancsi ajándékot vásárol Júliskának. Az első ajándék kétszer drágább, mint a második, de fele a harmadik ajándék áránál 1 lejjel kisebb árnak. Tudva, hogy a pénztárcájában annyi pénz volt amennyi a legnagyobb háromjegyű páros természetes szám, valamint 5 lejt költött taxira, és a pénztárcájában annyi pénz maradt, mint ahány háromjegyű páratlan különböző számjegyekből álló szám van, számítsd ki:

a. Mennyi pénz maradt a pénztárcájában vásárlás után?

b. Mennyit költött az ajándékokra összesen?

c. Mennyibe kerültek az ajándékok külön-külön?

**Minden feladat kötelező. Munkaidő 3 óra.**

**Országos Magyar Matematika Olimpia**
**Megyei szakasz, 2019. január 26.**

# Javítókulcs
**V. osztály**

## 1. Feladat (10 pont)

Egy trópusi szigeten nem használnak pénzt. 50 banán 20 kókuszdiót ér, 30 kókuszdió 12 ananászt, 100 ananászért 1 csónakot adnak.

a. Hány banánt ér egy csónak?
b. Ha az ifjú szigetlakó örökölt egy csónakot és elcserélné, akkor kaphat-e érte 72 ananászt és 68 kókuszdiót?

Nagy Jenő, Székelyudvarhely

**Megoldás:**

Hivatalból **1 p.**

**a.**

1 csónak = 100 ananász

12 ananász = 30 kókuszdió, tehát 2 ananász = 5 kókuszdió, **1 p**

ebből 100 ananász = 50 $\cdot$5 kókuszdió = 250 kókuszdió **1 p**

Ez alapján 1 csónak = 250 kókuszdió

50 banán = 20 kókuszdió, tehát 5 banán = 2 kókuszdió, **1 p**

ebből 250 kókuszdió = 125$\cdot$5 banán = 625 banán **1 p**

Így 1 csónak = 625 banán **1 p**

**b.**

1 csónak = 100 ananász

1 csónak = 72 ananász + 28 ananász **1 p**

2 ananász = 5 kókuszdió, így 28 ananász = 14$\cdot$5 kókuszdió = 70 kókuszdió **2 p**

Tehát egy csónakért megkapja a kért gyümölcsöket.(két kókuszdióval többet kapna) **1 p**

**2. Feladat (10 pont)**

Adottak az $A=\left\{11^2+\left(2^1-2^9:2^8\right)^{11}+3\cdot\left[13+3\cdot\left(3^2+3^{211}:\left(3^{104}\right)^2\right)\right]\right\}^{19}$ és

$B=\left\{\left[\left(3^{12}+9^5+27^3\right)+3^6\cdot(1+2+3+...+62):7\cdot 4\right]:(93+93\cdot 6)\right\}^{19}$ természetes számok.

a. Igazold, hogy az *A* szám négyzetszám.
b. Igazold, hogy a *B* szám nem négyzetszám.
c. Hasonlítsd össze az *A* és *B* természetes számokat.

Hajdú Aliz-Tímea, Olthévíz

**Megoldás:**

Hivatalból **1 p**.

**a.**

$A=\left\{11^2+0^{11}+3\cdot\left[13+3\cdot\left(3^2+3^3\right)\right]\right\}^{19}$ **1 p**

$A=\{121+0+3\cdot[13+3\cdot 36]\}^{19}$ **1 p**

$A=484^{19}$ **1 p**

$A=\left(22^2\right)^{19}=\left(22^{19}\right)^2$, tehát *A* négyzetszám. **1 p**

**b.**

$B=\left\{\left[\left(3^{12}+3^{10}+3^9\right)+3^6\cdot 31\cdot 63:7\cdot 4\right]:(93\cdot 7)\right\}^{19}$ **1 p**

$B=\left\{\left[3^9\cdot 31+3^6\cdot 31\cdot 36\right]:(93\cdot 7)\right\}^{19}$ **1 p**

$B=\left(3^7\right)^{19}$ **1 p**

$B=\left(3^7\right)^{19}=3^{7\cdot 19}$, **1 p**

Mivel $7\cdot 19$ páratlan következik, hogy *B* nem négyzetszám.

**c.**

$A=\left(22^2\right)^{19}$

$B=\left(3^7\right)^{19}$

$22^2<27^2=\left(3^3\right)^2=3^6<3^7$ **1 p**

**3. Feladat (10 pont)**

A mellékelt ábrán egy számtáblázat látható, amelynek 2019 sora van.

a. Hányas szám áll az utolsó sor közepén?
b. Hányszor jelenik meg a táblázatban az 1000-es szám?

2
2 4 2
2 4 6 4 2
2 4 6 8 6 4 2
..........................

Matlap

**Megoldás:**

| | |
|---|---|
| Hivatalból | **1 p.** |
| **a.** | |
| A számtáblázat 1. sorában középen a $2 = 1 \cdot 2$ áll | **1 p** |
| 2. sorában középen a $4 = 2 \cdot 2$ áll | **1 p** |
| 3. sorában középen a $6 = 3 \cdot 2$ áll | **1 p** |
| Tehát a 2019. sorban középen a $2019 \cdot 2 = 4038$ áll | **1 p** |
| **b.** | |
| Az 1000-es először az 500. sorban jelenik meg | **1 p** |
| Az 501. sortól soronként kétszer jelenik meg | **1 p** |
| $2019 - 500 = 1519$ sorban jelenik meg kétszer az 1000-es szám | **1 p** |
| Tehát $1 + 2 \cdot 1519 = 3039$-szer jelenik meg | **2 p** |

**4. Feladat (10 pont)**

Jancsi ajándékot vásárol Juliskának. Az első ajándék kétszer drágább, mint a második, de fele a harmadik ajándék áránál 1 lejjel kisebb árnak. Tudva, hogy a pénztárcájában annyi pénz volt amennyi a legnagyobb háromjegyű páros természetes szám, valamint 5 lejt költött taxira, és a pénztárcájában annyi pénz maradt, mint ahány háromjegyű páratlan különböző számjegyekből álló szám van, számítsd ki:

a. Mennyi pénz maradt a pénztárcájában vásárlás után?
b. Mennyit költött az ajándékokra összesen?
c. Mennyibe kerültek az ajándékok külön-külön?

Zajzon Csaba, Barót

**Megoldás:**

| | |
|---|---|
| Hivatalból | **1 p.** |
| **a.** | |
| A háromjegyű szám utolsó számjegye 1,3,5,7,9 lehet, ez 5 lehetőség | **1 p** |
| Első számjegy nem lehet 0 és nem lehet egyenlő az utolsóval, ez 8 lehetőséget jelent. | **1 p** |

A középső számjegy nem lehet egyenlő az elsővel és az utolsóval, ez 8 lehetőséget jelent. **1 p**

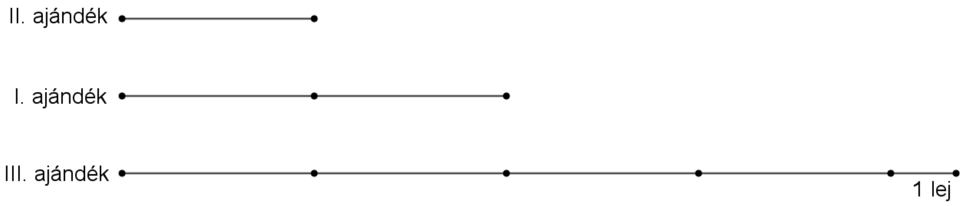
A pénztárcában maradt $8 \cdot 8 \cdot 5 = 320$ lej. **1 p**

**b.**

A pénztárcában 998 lej volt. **1 p**

Az ajándékokra összesen $998 - 320 - 5 = 673$ lejt költött. **1 p**

**c.**




**1 p**

673 - 1 = 672 (a 7 szakasz) **1 p**

672 : 7 = 96 (1 szakasz)

Az ajándékok ára 96 lej, $96 \cdot 2 = 192$ lej, $96 \cdot 4 + 1 = 385$ lej. **1 p**