

Concursul Național Multidisciplinar „BOLYAI FARKAS”
al liceelor cu clase de predare în limba maghiară, ediția a XVI-a
Târgu-Mureș, 5 – 7 mai 2023

Heinrich László Fizika Tantárgyverseny
országos szakasz

Mechanika feladatlap

1. **Feladat** (2 pont) Egy, az Amerikai Egyesült Államokban gyártott autó állandó sebességgel halad miközben sebességmérője 72 mérföld/órát mutat? Ezzel a sebességgel mennyi idő alatt tudunk megtenni egy 12 km-es távot? (1 mérföld = 1,6 km)

A. 6 perc B. 6,25 perc C. 400 s D. 690 s

Megoldás: Helyes válasz: **B.** $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{12000m}{72 \text{ merfold/ora} \cdot \frac{1,6 \text{ km}}{3600 \text{ s}}} = 375 \text{ s} = 6,25 \text{ perc}.$

2. **Feladat** (2 pont) Száraz úttesten 60km/h sebességgel haladó személyautó maximális erővel fékezve 35m út megtétele után áll meg. Ha ugyanaz a gépkocsi 120km/h sebességgel halad, az általa megtett út ugyanolyan útviszonyok mellett, ugyanúgy fékezve:

A. 35 m B. 70 m C. 105 m D. 140 m

Megoldás: Helyes válasz: **D.** $v^2 = 2a\Delta x, a = \frac{v_1^2}{2 \cdot \Delta x_1}, \Delta x_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot a} = \frac{v_2^2}{2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot \Delta x_1}} = \Delta x_1 \cdot \frac{v_2^2}{v_1^2} = 140 \text{ m}.$

3. **Feladat** (2 pont) Egy testet vízszintes felületen, vízszintes erővel egyenletesen húznak. A húzóerő 30 N. Mekkora a súrlódási erő?

A. több, mint 30 N B. kevesebb, mint 30 N C. 30 N D. 0 N

Megoldás: Helyes válasz: **C.** $F_s = F = 30 \text{ N}.$

4. **Feladat** (2 pont) Egy toronydaru 3,6 tonna tömeget emelt 20 m magasra egyenletesen. Figyelembe véve, hogy a csigarendszer hatásfoka 80%, mennyi munkát végzett a daru motorja?

($g = 9,81 \frac{m}{s^2}$)

A. $\simeq 883 \text{ J}$ B. $\simeq 883 \text{ kJ}$ C. $\simeq 565 \text{ J}$ D. $\simeq 565 \text{ kJ}$

Megoldás: Helyes válasz: **B.** $L_{hasznos} = L_G = 0,8 \cdot L_{befektetett}, L_{befektetett} = \frac{mgh}{0,8} = 882,9 \text{ kJ}.$

5. **Feladat** (2 pont) Egy m tömegű test h magasságból szabadon esik. A test mozgási energiája $h/2$ magasságban:

A. mgh B. $2mgh$ C. $\frac{mgh}{4}$ D. $\frac{gmh}{2}$

Megoldás: Helyes válasz: D. $\Delta E_m = -\Delta E_h, \Delta E_h = -\frac{mgh}{2}, E_m = \frac{mgh}{2}$.

6. **Feladat** (3 pont) Egy autó 44 km/h sebességgel halad 9 percen keresztül, majd 720 másodpercen keresztül 60 km/h sebességgel, végül pedig $0,1$ órán át 36 km/h sebességgel. Határozzuk meg az autó által megtett össztávolságot (x_{tot}) és a teljes útra számított átlagsebességet (\bar{v})!

A. $x_{tot} = 11,1 \text{ km}; \bar{v} = 50 \text{ km/h}$ B. $x_{tot} = 22,2 \text{ km}; \bar{v} = 49,33 \text{ km/h}$ C. $x_{tot} = 22,2 \text{ km}; \bar{v} = 25 \text{ km/h}$ D. $x_{tot} = 11,1 \text{ km}; \bar{v} = 25 \text{ km/h}$

Megoldás: Helyes válasz: B. $x_{tot} = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = \frac{44 \cdot 9}{60} + \frac{60 \cdot 720}{3600} + 36 \cdot 0,1 = 22,2 \text{ km} = 22000 \text{ m};$

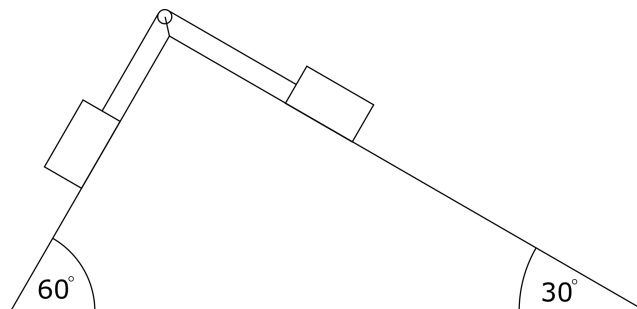
$$\bar{v} = \frac{x_{tot}}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{22000 \text{ m}}{9 \cdot 60 + 720 + 0,1 \cdot 3600 \text{ s}} = 13,7 \text{ m/s} = 49,33 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

7. **Feladat** (3 pont) Egy $R = 90 \text{ m}$ sugarú, kör alakú sportpálya ugyanazon pontjából két sportoló ellentétes irányba egyszerre indul. A sportolók sebességének modulusza: $v_1 = 1,7 \text{ m/s}$, illetve $v_2 = 1,44 \text{ m/s}$ állandó. Az egymás utáni találkozások között eltelt időtartam megközelítőleg:

A. 1 perc B. 2 perc C. 3 perc D. 4 perc

Megoldás: Helyes válasz: C. $2 \cdot \pi = (\omega_1 + \omega_2) \cdot t_{tal}, 2 \cdot \pi = \left(\frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{R}\right) \cdot t_{tal}, t_{tal} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 90}{1,7 + 1,44} = 3 \text{ perc}$

8. **Feladat** (3 pont) Két egyenlő tömegű testet ($m_1 = m_2 = 4 \text{ kg}$) összekötünk és egy kettőslejtő csúcsán elhelyezett állócsigán átvetjük (lásd az ábrát). A lejtők síkjainak a vízszintessel bezárt szögei 60° és 30° . A csúszó súrlódási együttható mindkét esetben $\mu_{cs} = 0,4$ a tapadási súrlódási együttható $\mu_t = 0,42$. A rendszert szabadon engedjük. Számítsuk ki a tömegek gyorsulását. ($g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



A. $-4,61 \text{ m/s}^2$ B. $1,02 \text{ m/s}^2$ C. $-1,02 \text{ m/s}^2$ D. 0 m/s^2

Megoldás: Helyes válasz: **D.**

Feltételezzük, hogy a 60° -os lejtő mentén lefele fog gyorsulni a baloldali test, a jobboldali pedig a 30° -os lejtőn felfele, azonos gyorsulással. Az erők egyenletei:

A 60° -os lejtőre merőlegesen, skalárisan:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 60$$

A 60° -os lejtővel párhuzamosan, skalárisan:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin 60 - \mu \cdot N - T$$

$$\text{Összesítve: } m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin 60 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 60 - T$$

A 30° -os lejtőre merőlegesen, skalárisan:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30$$

A 30° -os lejtővel párhuzamosan, skalárisan:

$$m \cdot a = T - m \cdot g \cdot \sin 30 - \mu \cdot N$$

$$\text{Összesítve: } m \cdot a = T - m \cdot g \cdot \sin 30 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30$$

Az összesített egyenletekből kiküszöbölve a feszítőerőt:

$$2 \cdot m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin 60 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 60 - m \cdot g \cdot \sin 30 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30$$

kifejezve a gyorsulást:

$$a = \frac{g}{2} (\sin 60 - \sin 30 - \mu (\cos 60 + \cos 30)) = -1,02 \text{ m/s}$$

A gyorsulás ellentétes irányítású a feltételezettel, a testek nyugalomban maradnak a lejtőkön, a gyorsulás nulla.

- 9. Feladat** (3 pont) Egy k rugalmassági állandójú fonalat 20 darabra vágunk. Ebből 10 darab hossza l_1 és 10 darab hossza $\frac{l_1}{2}$. A rövidebb darabokat párhuzamosan majd a hosszabb darabokat is párhuzamosan kötjük. Számítsuk ki a rendszer rugalmassági állandóját, ha az előző két csoportot sorbakötjük.

A. $50k$

B. $100k$

C. $150k$

D. $200k$

Megoldás: Helyes válasz: **B.**

$$k_1 \sim \frac{1}{l_1}; k_2 \sim \frac{1}{l_2} = \frac{2}{l_1}; k \sim \frac{1}{l};$$

$$l = 10 \cdot l_1 + 10 \cdot \frac{l_1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot l_1 = 15 \cdot l_1; l_1 = \frac{l}{15}$$

$$k_1 = 15 \cdot k; k_2 = 2 \cdot k_1 = 30k; k_{e1} = 10 \cdot k_1 = 150 \cdot k; k_{e2} = 10 \cdot k_2 = 300 \cdot k$$

$$k_e = \frac{k_{e1} \cdot k_{e2}}{k_{e1} + k_{e2}} = \frac{150 \cdot 300 \cdot k}{450} = 100 \cdot k$$

- 10. Feladat** (3 pont) Egy vízszintes felületen síklapjára fektetett félgömb alakú test legfelső pontjában kisméretű test található. A kis testet kissé kimozdítjuk bizonytalan egyensúlyi helyzetéből. Milyen magasságban hagyja el a félgömböt a kis test, ha a félgömb rögzített és a kis test súrlódásmentesen csúszik rajta?

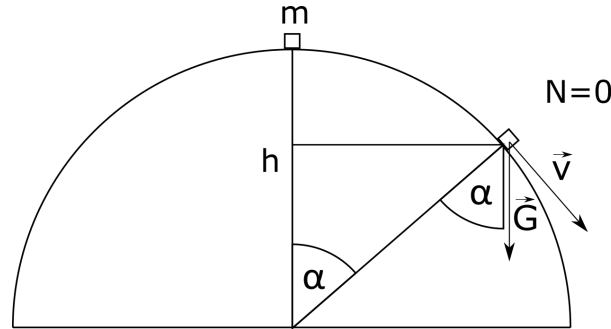
A. $h = \frac{2}{3}R$

B. $h = \frac{R}{3}$

C. $h = R$

D. $h = \frac{R}{2}$

Megoldás: Helyes válasz: A.



$$m \cdot g \cdot \cos \alpha = \frac{m \cdot v^2}{R}; v^2 = R \cdot \cos \alpha \cdot g = h \cdot g.$$

$$m \cdot g \cdot R = m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h + \frac{m}{2} \cdot g \cdot h;$$

$$R = h + \frac{h}{2} = \frac{3}{2} \cdot h; h = \frac{2}{3} R.$$

- 11. Feladat** (3 pont) Egy vízszintes síkon elindított test súrlódással szabadon csúszik és megállásig d távolságot tesz meg. Az út első részét $d_1 = \frac{2d}{3}$ utat μ súrlódási együtthatóval jellemezhető felületen, a további részét pedig 4μ súrlódási együtthatóval jellemezhető felületen. A test kezdősebessége:

A. $\sqrt{3\mu g d}$ B. $\sqrt{2\mu g d}$ C. $2\sqrt{\mu g d}$ D. $\sqrt{5\mu g d}$

Megoldás: Helyes válasz: C. $a_1 = -\mu \cdot g, a_2 = -4 \cdot \mu \cdot g;$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2 \cdot a_1 \cdot d_1, 0 = v_1^2 + 2 \cdot a_2 \cdot d_2;$$

$$v_1^2 = v_0^2 - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot d_1, 0 = v_1^2 - 2 \cdot 4 \cdot \mu \cdot g \cdot d_2;$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot d_1, v_1^2 = 2 \cdot 4 \cdot \mu \cdot g \cdot d_2;$$

$$v_0^2 = 8 \cdot \mu \cdot g \cdot d_2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot d_1, v_0^2 = 8 \cdot \mu \cdot g \cdot \frac{1}{3} \cdot d + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot d;$$

$$v_0^2 = \mu \cdot g \cdot d \cdot (8/3 + 4/3), v_0^2 = 4 \cdot \mu \cdot g \cdot d, v_0 = 2 \cdot \sqrt{\mu \cdot g \cdot d}$$

- 12. Feladat** (3 pont) Egy $m = 1 \text{ kg}$ tömegű test egy $h = 1 \text{ m}$ magas, 30° hajlásszögű lejtőn csúszik le. Ha a testet a lejtő tetejéről, nulla kezdősebességgel indítjuk, akkor a sebessége a lejtő alján 2 m/s lesz. Mekkora a mozgás során a súrlódási erő munkája? ($g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

A. $-7,81 \text{ J}$ B. $-3,905 \text{ J}$ C. $3,905 \text{ J}$ D. $7,41 \text{ J}$

Megoldás: Helyes válasz: A.

$$\Delta E = L_s, \frac{m \cdot v^2}{2} - m \cdot g \cdot h = -7,81 \text{ J}$$

- 13. Feladat** (3 pont) Egy biciklistől 90 kg tömegű kerékpáros egy 10% -os lejtőn teker felfele egyenletesen $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel. Ha feltételezzük, hogy a hajtáslánc 75% -os hatásfokú, a kifejtett teljesítmény: ($g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

A. 488 W B. 588 W C. 650 W D. 550 W

Megoldás: Helyes válasz: **C**.

$$p = \frac{h}{l} \cdot 100 = \tan \alpha \cdot 100 = 10\%, \tan \alpha = 0,1, \alpha = 5,71^\circ.$$

$$\eta = \frac{L_{\text{hasznos}}}{L_F} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot d}{F \cdot d}, F = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\eta};$$

$$P = F \cdot v = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\eta} \cdot v = 650,18 \text{ W}.$$

- 14. Feladat** (3 pont) Egy $2,5 \text{ kg}$ tömegű testet a rugó tetejétől mérve $h = 0,5 \text{ m}$ magasról ejtünk egy $k = 200 \text{ N/m}$ rugóállandójú rugóra. A rugóra eső test a rugót összenyomja. Mekkora a rugóban felhalmozott maximális mechanikai energia? ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

A. $12,5 \text{ J}$ B. 25 J C. $37,5 \text{ J}$ D. 50 J

Megoldás: Helyes válasz: **B**.

$$m \cdot g \cdot (h + \Delta l) = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2};$$

$$100 \cdot \Delta l^2 - 25 \cdot \Delta l - 12,5 = 0;$$

$$\Delta l_1 = 0,5 \text{ m}, \Delta l_2 = -0,25 \text{ m};$$

$$E_{\text{rugó}} = \frac{k \cdot \Delta l_1^2}{2} = 25 \text{ J}.$$

- 15. Feladat** (3 pont) Egy egyenletes vastagságú, téglatest alakú márványtábla fekszik a földön. Hossza $3,8 \text{ m}$, szélessége 2 m , míg magassága 30 cm és tömege 200 kg . Mekkora eredő munkavégzéssel tudjuk felállítani a márványlapot úgy, hogy az a legkisebb területű lapján álljon? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 4100 J B. 3800 J C. 3500 J D. 3000 J

Megoldás: Helyes válasz: **C**.

$$a = 3,8 \text{ m}, b = 2 \text{ m}, c = 0,3 \text{ m};$$

$$E_{h_0} = m \cdot g \cdot \frac{c}{2}, E_{h_1} = m \cdot g \cdot \frac{a}{2};$$

$$\Delta E = E_{h_1} - E_{h_0} = m \cdot g \cdot \frac{a-c}{2} = 3500 \text{ J}$$

- 16. Feladat** (4 pont) Szabadon eső test az esés utolsó másodpercében kétszer akkora utat tett meg, mint az utolsó előtti másodpercben. Milyen magasról esett a test?

A. 30 m B. $31,25 \text{ m}$ C. 20 m D. $21,25 \text{ m}$

Megoldás: Helyes válasz: **B**.

A testet h_0 helyzetből ejtjük, $v_0 = 0 \text{ m/s}$ kezdősebességgel.

Az esés vége előtt 2 másodperccel a test h_1 helyzetben van, sebessége a $v_1 = g \cdot t_1$.

Az esés vége előtt 1 másodperccel a test h_2 helyzetben van, $h_2 = h_1 - v_1 \cdot (t_2 - t_1) - \frac{g \cdot (t_2 - t_1)^2}{2}$.

Az esés végén a test h_3 helyzetben van, $h_3 = h_1 - v_1 \cdot (t_3 - t_1) - \frac{g \cdot (t_3 - t_1)^2}{2}$.





Megoldás: Helyes válaszok: **A., D., B.**

I. Tekintsük a gravitációs helyzeti energia nullpontjának az összenyomott rugó tetejét. Az energiamérleget felírva:

$$m \cdot g \cdot \frac{l}{2} + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{k \cdot \frac{l^2}{2}}{2}. \text{ Innen } v_0 = \sqrt{\frac{k \cdot l^2}{4 \cdot m} - g \cdot l} = \sqrt{15} \text{ m/s}$$

II. Amikor a test elhagyja a rugót, v_0 kezdősebességű függőleges hajítással van dolgunk. Így $m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{m \cdot v_0^2}{2}$. Innen $\Delta h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = 0,75 \text{ m}$, azaz a teljes magasság $h_{max} = l_0 + \Delta h = 1,75 \text{ m}$.

III. Amikor a testet szabadon engedjük, akkor a ráható erők eredőjének hatására gyorsulni fog a függőleges irányban felfele. Ez a folyamat mindaddig folytatódik, amíg a rugóerőt a gravitációs erő ki nem egyensúlyozza, azaz: $F_{rugó} = G$, $k \cdot \Delta l_M = m \cdot g$. Innen $\Delta l_M = 0,1 \text{ m}$, azaz a földhöz képest a távolság $l_M = l_0 - \Delta l_M = 0,9 \text{ m}$. Az energiamérleget felírva a rugó összenyomott állapotára illetve a maximális sebesség helyzetére: $\frac{k \cdot (\frac{l_0}{2})^2}{2} = \frac{m \cdot v_{max}^2}{2} + m \cdot g \cdot (\frac{l_0}{2} - \Delta l_M) + \frac{k \cdot \Delta l_M^2}{2}$. Innen: $v_{max}^2 = \frac{k}{m} \cdot (\frac{l_0}{2})^2 - g \cdot (\frac{l_0}{2} - \Delta l_M) - \frac{k}{m} \cdot (\Delta l_M)^2 = 16$.

Így $v_{max} = 4 \text{ m/s}$.

21. Feladat (12 pont) Egy $m = 100 \text{ g}$ tömegű testet egy $l = 40 \text{ cm}$ hosszú huzal egyik végére kötjük. A huzal másik végét rögzítve a testet a függőleges síkban körpályára állítjuk. A körpálya legmagasabb pontján a test sebessége $v_{min} = 3 \text{ m/s}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

I. Mekkora a test sebessége a körpálya legalacsonyabb pontján?

- A. 3 m/s B. 4 m/s C. 5 m/s D. 6 m/s

II. Mekkora lehet a v_{min} legkisebb értéke ahhoz, hogy a test körpályán mozogjon?

- A. 1 m/s B. 2 m/s C. 3 m/s D. 4 m/s

III. A huzal szakítószilárdsága $T_{max} = 14 \text{ N}$. Mekkora lehet a v_{min} legnagyobb értéke ahhoz, hogy a test körpályán maradjon?

- A. 4 m/s B. 5 m/s C. 6 m/s D. 7 m/s

Megoldás: Helyes válaszok: **C., B., C.**

I. Felírva az energiamérleget a körpálya legmagasabb és legalacsonyabb pontjaira:

$$\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} = \frac{m \cdot v_{min}^2}{2} + m \cdot g \cdot 2 \cdot l, \text{ innen } v_{max}^2 = v_{min}^2 + 4 \cdot g \cdot l = 25, v_{max} = 5 \text{ m/s}.$$

II. A körpálya legmagasabb pontján a minimális sebesség feltétele, hogy a centripetális gyorsulás legyen nagyobb a gravitációs gyorsulásnál. Így: $\frac{v_{min}^2}{l} \geq g$, azaz $v_{min} = \sqrt{g \cdot l} = 2 \text{ m/s}$.

III. A huzal szakítószilárdságát a körpálya legalacsonyabb pontjában kell figyelembe veyük, ott: $\frac{m \cdot v_{max}^2}{l} = T_{max} - m \cdot g$. Innen $v_{max}^2 = 52$. Felírva az energiamérleget a körpálya legmagasabb és legalacsonyabb pontjaira: $\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} = \frac{m \cdot v_{min}^2}{2} + m \cdot g \cdot 2 \cdot l$, innen $v_{min} = 6 \text{ m/s}$.

A videóhoz kapcsoló kérdések:

- 22. Feladat** (10 pont) (a) ($2\frac{1}{2}$ pont) Miért lesz nagyobb a gyorsulása a baloldali létrának az ütközés során?
- A. Mert az asztal magasságából adódik egy helyzeti energia, ami miatt nagyobb gyorsulása lesz.
 - B. A ferdén elhelyezett létrafokok ütközésük pillanataiban egy-egy rövid függőlegesen lefele ható erőhatást hoznak létre az ütközéssel ellentétes oldalon.
 - C. Mert a jobboldali létrán nem pont úgy vannak elhelyezve a létrafokok, mint a baloldalin.
 - D. Mert az ejtés során a baloldali létra szabadon eső hossza fokozatosan csökken és az energiamegmaradás értelmében nagyobb gyorsulása lesz.
- (b) ($2\frac{1}{2}$ pont) Ha vízszintesen lennének rögzítve a létrafokok mindkét létrán, melyiknek lenne nagyobb a gyorsulása?
- A. A jobboldali létrának.
 - B. A baloldali létrának.
 - C. Nem lehet eldönteni.
 - D. Azonos lenne a gyorsulásuk.
- (c) ($2\frac{1}{2}$ pont) Ha csak a baloldali létra létrafokai lennének vízszintesen rögzítve, hogy alakulna a gyorsulásuk a folyamatban?
- A. Azonos lenne.
 - B. Nem lehet eldönteni.
 - C. A baloldalinak lenne a nagyobb.
 - D. A jobboldalinak lenne a nagyobb.
- (d) ($2\frac{1}{2}$ pont) A baloldali létra gyorsulása időben egy állandó érték a folyamat során?
- A. Nem állandó, mert egyenletesen növekszik.
 - B. Nem állandó és nem egyenletesen növekszik.
 - C. Állandó és nagyobb mint a jobboldalinak.
 - D. Nem állandó, az ütközések pillanataiban nagyobb.

Megoldás: Helyes válasz I. B, II. D, III. A, IV D

Hivatalból járó pontszám: 10p