

MEGOLDÁSOK
Pontszerző Matematikaverseny 2020/2021 tanév
III. forduló

1. feladat:

Islandia szigetvilágában hajókkal szállítják a rakományt a szigetek között. (Lásd ábra.) Az A nevű szigetről kell elszállítani a rakományt a D nevű szigetre (kezdetben csak az A jelű szigeten van áru). Minden hajó csak megadott mennyiségű árut szállíthat és csak egyetlen utat tehet meg, az ábrán nyíllal jelölt irányban. A rakomány mennyiségét és a hajóutat az ábra is jelöli.

Pl.: A képen látható hajó a C és B sziget között közlekedik (C-ből megy B-be) és legfeljebb 6 tonna árut képes szállítani. A hajóutat az ábrára rajzolt nyíllal szemléltetik. A hajó nem haladhat a nyíllal ellentétes irányba.



Az A szigeten 40 tonna elszállítandó áru van. A cél az, hogy a D szigetre minél több áru eljusson, viszont az az áru, amit nem tudnak a hajók elszállítani az A szigeten kell, hogy maradjanak.

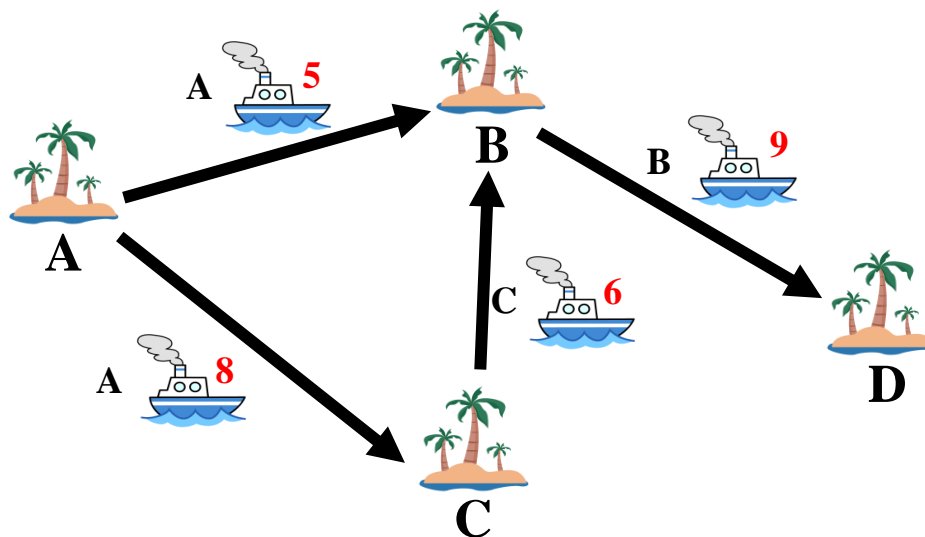
A szállítási útvonalakat és mennyiségeket kell a megoldás során megadni.

Például az alábbi ábrán a következő szállítási útvonalakkal lehet a legtöbb árut elszállítani:

1. szállítás: A-ból B-be 5 tonna (B-ben 5 tonna áru lesz, A-ban 35 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 4 tonna (C-ben 4 tonna áru lesz, A-ban 31 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 4 tonna (B-ben 9 tonna áru lesz)
4. szállítás: B-ből D-be 9 tonna (D-be 9 tonna áru érkezett)

Így a szállítások végén B-ben és C-ben nincs áru. Az A-ban a kezdeti 40 tonnából 31 tonna maradt és D-be 9 tonna áru érkezett.

A szállítások közül néhány sorrendje felserélhető. (Például az 1. és 2.)

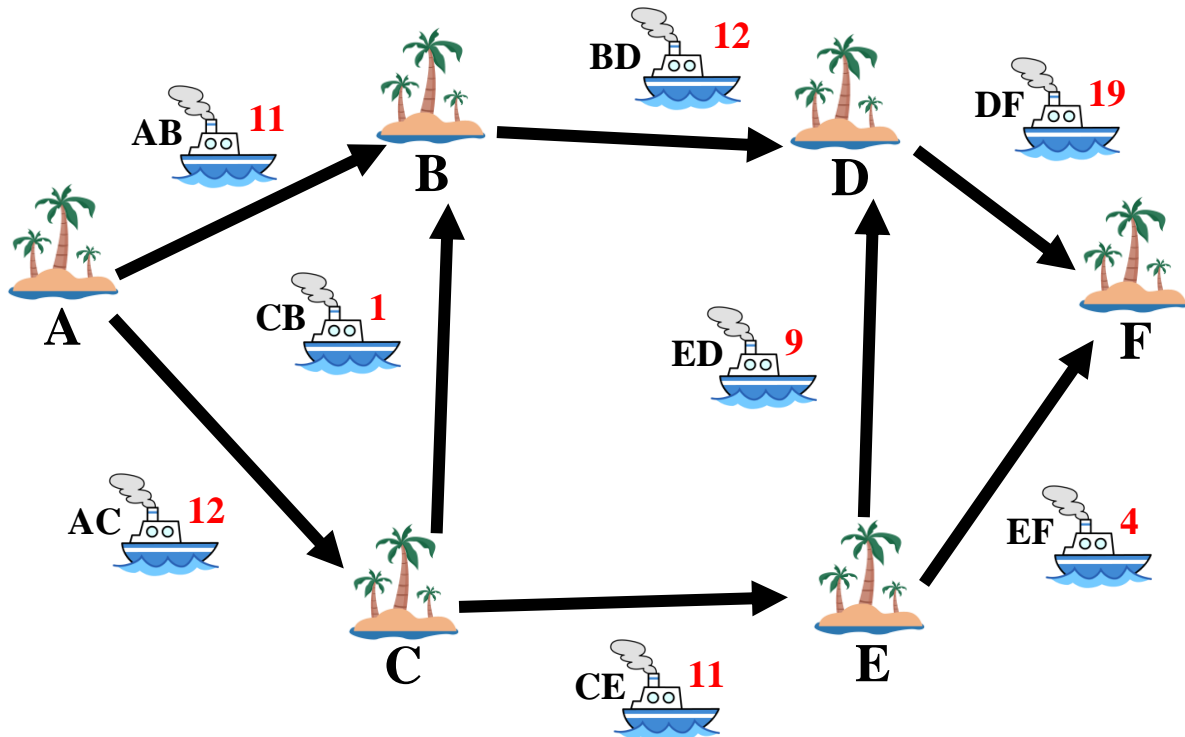


A feladat, hogy az alábbi térképnek és fenti szabályoknak megfelelően a lehető legtöbb árut szállítsd el A-ból F-be úgy, hogy a szállítás végén B-ben, C-ben, D-ben és E-ben ne legyen áru.

- a) Add meg a fenti példának megfelelően a szállítási útvonalakat és a szállított mennyiségeket!
- b) Mennyi áru lesz a szállítás végén E-ben?
- c) Mennyi áru maradt a szállítás végén A-ban?

Kezdetben az A szigeten 40 tonna áru van.

A térkép:



Megoldás:

Például egy lehetséges megoldás:

a) (Egyes szállítások sorrendje felcserélhető.)

1. szállítás: A-ból B-be 11 tonna (A-ban marad 29 tonna, B-ben lesz 11 tonna)
2. szállítás: A-ból C-be 12 tonna (A-ban marad 17 tonna, C-ben lesz 12 tonna)
3. szállítás: C-ből B-be 1 tonna (C-ben marad 11 tonna, B-ben lesz 12 tonna)
4. szállítás: B-ből D-be 12 tonna (B-ben marad 0 tonna, D-ben lesz 12 tonna)
5. szállítás: C-ből E-be 11 tonna (C-ben marad 0 tonna, E-ben lesz 11 tonna)
6. szállítás: E-ből D-be 7 tonna (E-ben marad 4 tonna, D-ben lesz 19 tonna)
7. szállítás: E-ből F-be 4 tonna (E-ben marad 0 tonna, F-ben lesz 4 tonna)
8. szállítás: D-ből F-be 19 tonna (D-ben marad 0 tonna, F-ben lesz 23 tonna)

Minden jó megoldás 1 pont. Maximum 8 pont.

b)

23 tonna

1 pont

c)

17 tonna

1 pont

Összesen: 10 pont

2. feladat:

A matematikusok sok esetben használnak érdekes elnevezéseket különböző számokra, amelyek rendelkeznek valamilyen különleges tulajdonsággal. A korábbi feladatsorokban ilyen elnevezés volt a „tökéletes szám” is. Ebben a feladatban egy újabb elnevezéssel ismerkedhetsz meg. Ez a „boldog szám” fogalma. Egy különleges műveletsor elvégzése után tudjuk egy számról megállapítani, hogy „boldog”-e. A példa és a leírás segít megérteni ezt a műveletsort.

Adjuk össze egy szám számjegyeinek önmagukkal vett szorzatait, majd az így kapott szám jegyeinek önmagukkal vett szorzatait is, és ezt folytassuk addig, amíg az összeg egyjegyű nem lesz! Ha az eljárás végén 1-et kapunk eredményül, akkor az eredeti számot **boldog számnak** nevezzük. (Lehet, hogy többször kell elolvasnod a fenti mondatot, hogy megértsd, de a példa segít!)

Például:

A 28 boldog szám, mert $28 \rightarrow 2 \cdot 2 + 8 \cdot 8 = 4 + 64 = 68$
 $68 \rightarrow 6 \cdot 6 + 8 \cdot 8 = 36 + 64 = 100$
 $100 \rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 1 + 0 + 0 = 1$

A 25 nem boldog szám, mert

$25 \rightarrow 2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 = 4 + 25 = 29$
 $29 \rightarrow 2 \cdot 2 + 9 \cdot 9 = 4 + 81 = 85$
 $85 \rightarrow 8 \cdot 8 + 5 \cdot 5 = 64 + 25 = 89$
 $89 \rightarrow 8 \cdot 8 + 9 \cdot 9 = 64 + 81 = 145$
 $145 \rightarrow 1 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 1 + 16 + 25 = 42$
 $42 \rightarrow 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 16 + 4 = 20$
 $20 \rightarrow 2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 4$

Döntsd el az alábbi számokról, hogy boldog számok-e! A számolás lépéseit is írd le!

- a) 23
- b) 24
- c) 70
- d) 71

Megoldás:

a) **boldog szám**

$23 \rightarrow 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 4 + 9 = 13$
 $13 \rightarrow 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 1 + 9 = 10$
 $10 \rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 1$

b) nem boldog szám

$24 \rightarrow 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 4 + 16 = 20$
 $20 \rightarrow 2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 4$

c) **boldog szám**

$70 \rightarrow 7 \cdot 7 + 0 \cdot 0 = 49 + 0 = 49$
 $49 \rightarrow 4 \cdot 4 + 9 \cdot 9 = 16 + 81 = 97$
 $97 \rightarrow 9 \cdot 9 + 7 \cdot 7 = 81 + 49 = 130$
 $130 \rightarrow 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 0 \cdot 0 = 1 + 9 + 0 = 10$
 $10 \rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 1 + 0 = 1$

d) nem boldog szám

$71 \rightarrow 7 \cdot 7 + 1 \cdot 1 = 49 + 1 = 50$
 $50 \rightarrow 5 \cdot 5 + 0 \cdot 0 = 25 + 0 = 25$

Innentől lásd példánál adott számolást. A végeredmény: 4.

Pontozás: Minden jó műveletsor 1 pont, jó besorolás 1 pont. maximum 16 pont.

Összesen: 16 pont

3. feladat:

Az alábbi hat számkártyából két háromjegyű szám rakható ki. A számkártyákon szereplő számjegyek: 0, 2, 4, 5, 6, 8.

- a) Rakd ki ezekből a legnagyobb és a legkisebb háromjegyű számokat! Mennyi ezek különbsége?
- b) Melyik az a kirakható két háromjegyű szám, amelyek összege a lehető legnagyobb?
- c) Keresd meg azt a számkártyákból kirakható két háromjegyű számot, melyek különbsége a lehető legkisebb?

Megoldás:

- a) A legnagyobb háromjegyű szám a 865, a legkisebb a 204. Ezek különbsége 661. *3 pont*
- b) $852 + 640 = 1492$; $850 + 642 = 1492$; $842 + 650 = 1492$, $840 + 652$.
Egy jó megoldás 2 pont. Minden további jó megoldás 1-1 pont, maximum 5 pont.
- c) A két legkisebb különbséget adó szám: 502 és a 486, különbségük 16. *3 pont*

Összesen: 11 pont

4. feladat:

Hányféleképpen lehet sorba rakni 5 egybevágó korongot, ha a korongok között 2 kék és 3 piros korong van. Keresd meg az összes megoldást! Rajzokkal válaszolj!

Megoldás:

PPPKK, PPKPK, PPKKP, PKPPK, PKPKP, PKKPP, KPPPK, KPPKP, KPKPP, KKPPP

Minden jó megoldás 1 pont, ha ugyanaz a megoldás kétszer szerepel, akkor azért nem jár pont.

Összesen: 10 pont

5. feladat:

Az 1, 2, 3, 4 számjegyekkel töltsd ki az ábrán látható üres helyeket úgy, hogy minden sorban és oszlopban mindegyik számjegy pontosan egyszer szerepeljen!

4			
		2	
	3		
			1

Megoldás:

4	1	3	2
1	4	2	3
2	3	1	4
3	2	4	1

4	2	1	3
3	1	2	4
1	3	4	2
2	4	3	1

Az első megoldás 4 pont, a másodikért 5 pont jár

Összesen: 9 pont