

MEGOLDÁSOK
Pontszerző Matematikaverseny 2020/2021 tanév
XX. Döntő (megyei)
3. osztály

1. feladat:

Islandia szigetvilágában hajókkal szállítják a rakományt a szigetek között. (Lásd ábra.) Az A nevű szigetről kell elszállítani a rakományt a D nevű szigetre (kezdetben csak az A jelű szigeten van áru). Minden hajó csak megadott mennyiségű árut szállíthat és csak egyetlen utat tehet meg, az ábrán nyíllal jelölt irányban. A rakomány mennyiségét és a hajóutat az ábra is jelöli.

Pl.: A képen látható hajó a C és B sziget között közlekedik (C-ből megy B-be) és legfeljebb 6 tonna árut képes szállítani. A hajóutat az ábrára rajzolt nyíllal is szemléltetik. A hajó nem haladhat a nyíllal ellentétes irányba.



Az A szigeten 40 tonna elszállítandó áru van. A cél az, hogy a D szigetre minél több áru eljusson, viszont az az áru, amit nem tudnak a hajók elszállítani az A szigeten kell, hogy maradjanak.

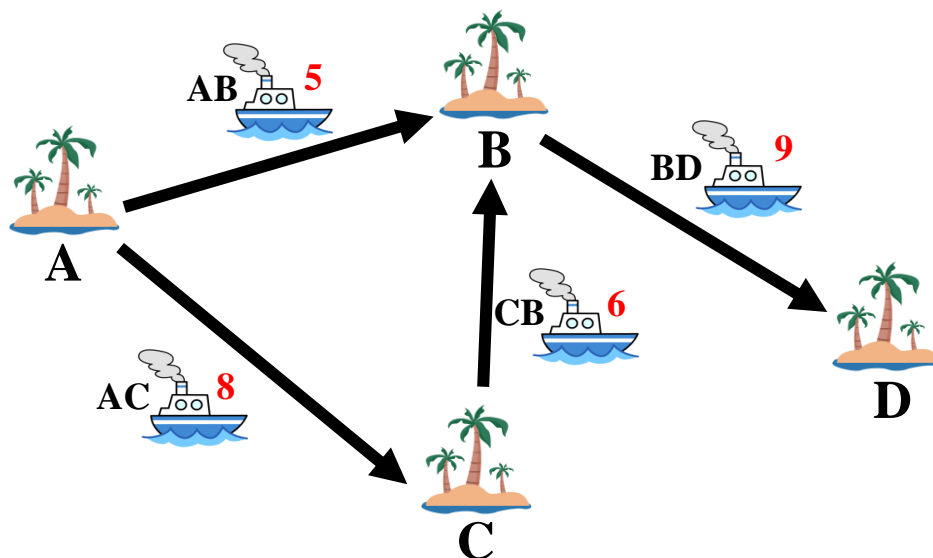
A szállítási útvonalakat és mennyiségeket kell a megoldás során megadni.

Például az alábbi ábrán a következő szállítási útvonalakkal lehet a legtöbb árut elszállítani:

1. szállítás: A-ból B-be 5 tonna (B-ben 5 tonna áru lesz, A-ban 35 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 4 tonna (C-ben 4 tonna áru lesz, A-ban 31 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 4 tonna (B-ben 9 tonna áru lesz)
4. szállítás: B-ből D-be 9 tonna (D-be 9 tonna áru érkezett)

Így a szállítások végén B-ben és C-ben nincs áru. Az A-ban a kezdeti 40 tonnából 31 tonna maradt és D-be 9 tonna áru érkezett.

A szállítások közül néhány sorrendje felserélhető. (Például az 1. és 2.)



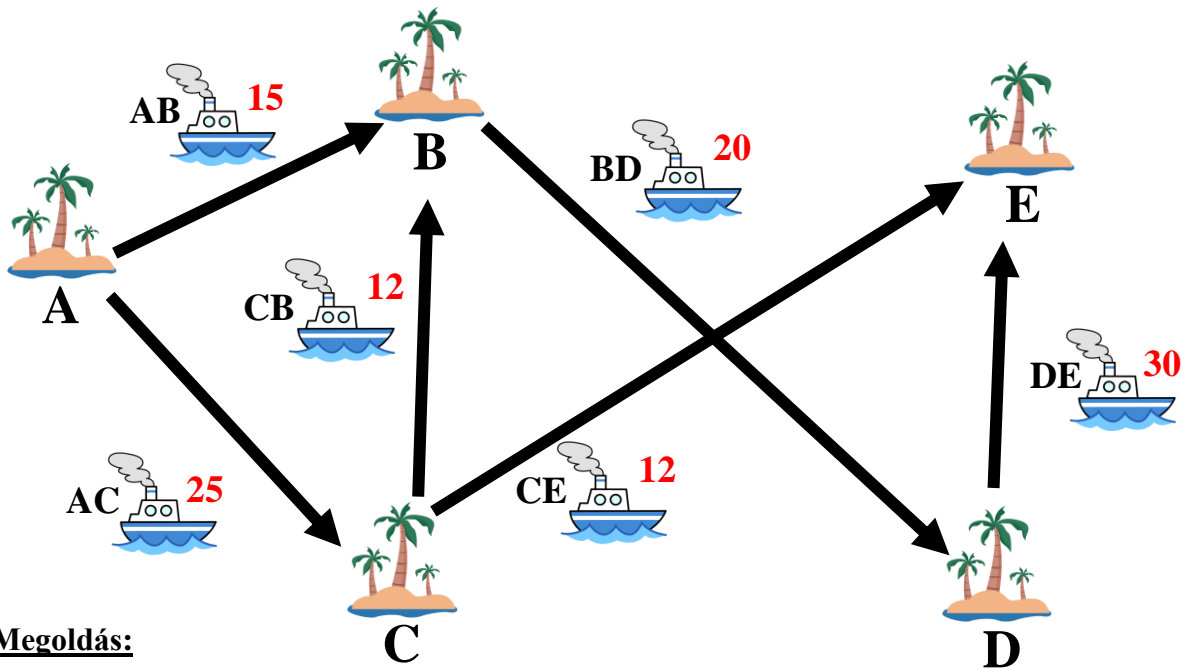
A feladat, hogy az alábbi térképnek és fenti szabályoknak megfelelően a lehető legtöbb árut szállítsd el A-ból E-be úgy, hogy a szállítás végén B-ben, C-ben és D-ben ne legyen áru.

- a) Add meg a fenti példának megfelelően a szállítási útvonalakat és a szállított mennyiségeket!
- b) Mennyi áru lesz a szállítás végén E-ben?

c) Mennyi áru maradt a szállítás végén A-ban?

Kezdetben az A szigeten 50 tonna áru van.

A térkép:



Megoldás:

Például egy lehetséges megoldás:

a) (Egyes szállítások sorrendje felcserélhető.)

1. szállítás: A-ból B-be 15 tonna (A-ban marad 35 tonna, B-ben lesz 15 tonna)
2. szállítás: A-ból C-be 17 tonna (A-ban marad 18 tonna, C-ben lesz 17 tonna)
3. szállítás: C-ből B-be 5 tonna (C-ben marad 12 tonna, B-ben lesz 20 tonna)
4. szállítás: B-ből D-be 20 tonna (B-ben marad 0 tonna, D-ben lesz 20 tonna)
5. szállítás: C-ből E-be 12 tonna (C-ben marad 0 tonna, E-ben lesz 12 tonna)
6. szállítás: D-ből E-be 20 tonna (D-ben marad 0 tonna, E-ben lesz 32 tonna)

Minden jó megoldás 1 pont. Maximum 6 pont.

b)

32 tonna

1 pont

c)

18 tonna

1 pont

Összesen: 8 pont

2. feladat:

A matematikusok sok esetben használnak érdekes elnevezéseket különböző számokra, amelyek rendelkeznek valamilyen különleges tulajdonsággal. A korábbi feladatsorokban már találkozhattál a „boldog szám” elnevezéssel. Egy különleges műveletsor elvégzése után tudjuk egy számról megállapítani, hogy „boldog”-e. A példa és a leírás segít megérteni ezt a műveletsort.

A szám minden számjegyét szorozzuk meg önmagával és az így kapott számokat adjuk össze! Eredményül egy újabb számot kaptunk. Ezzel a számmal ismételjük meg az eljárást! Mindezt addig folytassuk, amíg az eredmény egyjegyű szám lesz. Ha az eljárás végén 1-et kapunk eredményül, akkor az eredeti számot **boldog számnak** nevezzük.

Például:

A 28 boldog szám, mert

$$28 \rightarrow 2 \cdot 2 + 8 \cdot 8 = 4 + 64 = 68 \quad 1. \text{ lépés}$$

$$68 \rightarrow 6 \cdot 6 + 8 \cdot 8 = 36 + 64 = 100 \quad 2. \text{ lépés}$$

$$100 \rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 1 + 0 + 0 = 1 \quad 3. \text{ lépés}$$

A 28-ról tehát kiderült, hogy boldog szám és összesen 3 számolási lépésre volt szükség. Vannak olyan boldog számok, amelyeknél sokkal több számolási lépés szükséges és vannak, ahol ennél is kevesebb.

Egy boldog számot „**boldogabb**”-nak nevezünk, mint egy másikat, ha kevesebb számolási lépés kell ahhoz, hogy elérje az 1-et.

Feladat:

- Az alábbi boldog számokat állítsd sorrendbe a példánál bemutatott számolási lépések száma alapján! Kezdd azzal, amelyik esetén a legkevesebb lépésre van szükség az 1 eléréséhez! Tehát add meg a számok növekvő boldogsági sorrendjét!

- Minden esetben írd le a számolási lépéseket is!

A számok:

19 70 79 86

Megoldás:

19 – 4 számolási lépés

$$19 \rightarrow 1 + 81 = 82$$

$$82 \rightarrow 64 + 4 = 68$$

$$68 \rightarrow 36 + 64 = 100$$

$$100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$$

70 – 5 számolási lépés

$$70 \rightarrow 49 + 0 = 49$$

$$49 \rightarrow 16 + 81 = 97$$

$$97 \rightarrow 81 + 49 = 130$$

$$130 \rightarrow 1 + 9 + 0 = 10$$

$$10 \rightarrow 1 + 0 = 1$$

79 – 3 számolási lépés

$$79 \rightarrow 49 + 81 = 130$$

$$130 \rightarrow 1 + 9 + 0 = 10$$

$$10 \rightarrow 1 + 0 = 1$$

86 – 2 számolási lépés

$$86 \rightarrow 64 + 36 = 100$$

$$100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$$

Minden jó művelet sor 0,5 pont. Maximum 7 pont.

A növekedő „boldogsági” sorrend:

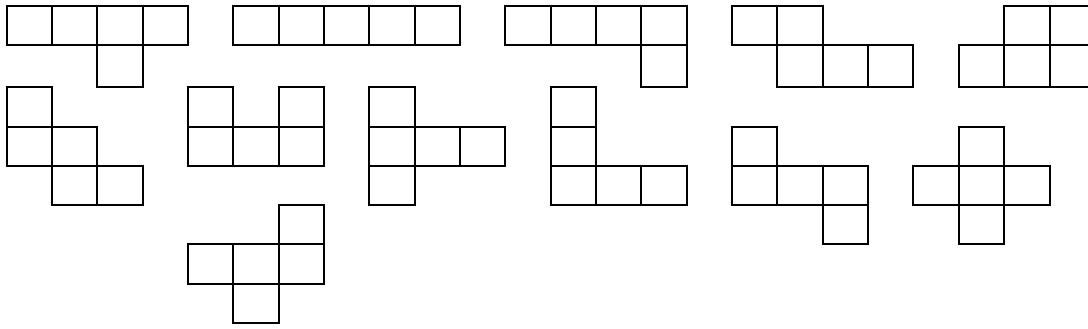
70 → 19 → 79 → 86

Jó sorrend 1 pont.

Összesen: 8 pont

3. feladat:

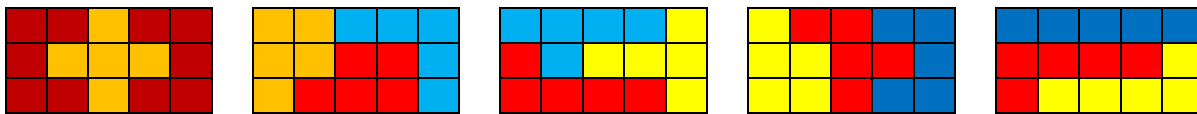
A II. fordulóban elkészítették az összes pentaminót, lásd ábra.



Fedd le az 5×3-as téglalapot hézagmentesen, átfedés nélkül úgy, hogy a lefedő pentaminók között legalább két különböző legyen. Öt különböző megoldást készíts! Rajzokkal válaszolj!

Megoldás:

a) pl. 5 megoldásra:



Minden jó megoldás 2 pont, összesen: 10 pont **Összesen: 10 pont**

4. feladat:

A 2021 olyan négyjegyű szám, melyben az első kétszámjegyűből álló kétjegyű szám és az utolsó kétszámjegyűből álló kétjegyű szám egymás utáni természetes számok. Írd le az ilyen tulajdonságú négyjegyű természetes számokat 2021-ig!

Megoldás:

A kívánt tulajdonságú számok: 1011, 1112, 1213, 1314, 1415, 1516, 1617, 1718, 1819, 1920 és 2021.

Számonként 0,5 pont, maximum 5 pont. Hibás válasz -0,5 pont, az összes pont nem lehet negatív.

Összesen: 5 pont

5. feladat:

Az 1, 3, 5, 7, 9 számok tetszőleges sorrendje közé tegyél +;-;• műveleti jeleket úgy, hogy az eredmény 20-nál kisebb pozitív páratlan szám legyen. Minden páratlan számra egy megoldást írd!

Megoldás:

$$1 = 9 + 3 + 1 - 7 - 5$$

$$3 = 9 + 5 - 7 - 3 - 1$$

$$5 = 9 + 5 + 1 - 7 - 3$$

$$7 = 9 - 3 - 1 + 7 - 5$$

$$9 = 9 - 3 + 1 + 7 - 5$$

$$11 = 9 + 3 + 1 - 7 + 5$$

$$13 = 9 + 3 - 1 + 7 - 5$$

$$15 = 9 + 3 + 1 + 7 - 5$$

$$17 = 9 - 3 - 1 + 7 + 5$$

$$19 = 9 - 3 + 1 + 7 + 5$$

Jó válaszonként 1 pont

10 pont

Összesen: 10 pont